МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
теории функций и геометрии
наименование кафедры, отвечающей за реализацию дисциплины
Е.М. Семенов

31.08.2019г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.16 Геометрия

Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

2. Профиль подготовки/специализация:

Информационная безопасность финансовых и экономических структур

3. Квалификация выпускника: специалист по защите информации

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: теории функций и геометрии

6. Составители программы: доктор физ.-мат.наук, доцент Шабров Сергей Александрович

(ФИО, ученая степень, ученое звание)

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета ВГУ, протокол № 0500-05 от 27.05.2019 г.

(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,

отметки о продлении вносятся вручную)

8. Учебный год: 2019-2020 **Семестр(ы):** 1

9.Цели и задачи учебной дисциплины

Цель изучения дисциплины «Аналитическая геометрия» – дать студентам глубокие знания о методах, задачах и теоремах аналитической геометрии, научить студентов применять эти знания при решении задач фундаментальной математики и механики.

Задача данного курса:

- познакомить студентов с терминологией, объектами и основополагающими методами аналитической геометрии
- научить студентов владеть теоретическим материалом, решать задачи, использовать методы и теоремы аналитической геометрии при решении прикладных задач
- дать информацию о современных публикациях по основным разделам аналитической геометрии
- дать навыки выбора математической модели для решения задач, встречающихся в различных разделах как математических, так и специальных дисциплин.

В результате изучения дисциплины студенты должны знать и уметь применять на практике основные методы аналитической геометрии, владеть навыками решения практических задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Аналитическая геометрия» входит в блок Б1 обязательной части программы специалитета и изучается в 1 семестре. Данный курс непосредственно связан с дисциплинами «Алгебра», «Математический анализ» и является базой для дисциплин «Дифференциальная геометрия и топология», «Уравнения математической физики», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория функций комплексного переменного» «Компьютерной геометрии», а также курсов физики, информатики и некоторых специальных дисциплин, изучаемых в рамках программы подготовки специалиста.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОК-8	способностью ориентироваться в бюджетной системе страны и моделях ее построения			***знать***: основные понятия, определения векторной алгебры и аналитической геометрии основные задачи аналитической геометрии, формулировки теорем и методы их доказательства; ***уметь***: анализировать алгебраические уравнения первой и второй степени на плоскости и в пространстве, строить соответствующие им линии и поверхности, определять вид кривых и поверхностей второго порядка, доказывать основные теоремы аналитической геометрии и решать задачи; ***владеть*** (иметь навык(и)):

				основными методами исследования алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядка, основными методами доказательства теорем и решения задач аналитической геометрии.
ОПК-2	способностью корректно применять аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики, численных методов, методов оптимизации для формализации и решения задач в сфере профессиональной деятельности			***знать:*** основные источники научно-технической информации в области аналитической геометрии; терминологию и тематику исследования в области аналитической геометрии; основные методы и модели, применяемые в области аналитической геометрии. ***уметь:*** использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных и дисциплин; самостоятельно работать, принимать решения в рамках своей профессиональной компетенции; использовать информационные технологии в своей предметной области; анализировать научно-техническую информацию, изучать отечественный и зарубежный опыт по тематике. ***владеть:*** методами линейной алгебры и аналитической геометрии; способностью и готовностью анализировать научно-техническую информацию; способностью изучать отечественный и зарубежный опыт по тематике исследования; готовностью к самостоятельной, индивидуальной работе, принятию решений в рамках своей профессиональной компетенции.
				***знать*:** основные методы самоорганизации и самообразования, основную и дополнительную литературу по аналитической геометрии, основные этапы и последовательность выполнения самостоятельной работы, включая ежедневные домашние задания, а так же подготовку к контрольным работам и экзамену; ***уметь*:** самостоятельно решать как теоретические, так и практические задачи аналитической геометрии,

				находить необходимый для изучения материал, как на твердых, так и на электронных носителях; ***владеть*** (иметь навык(и)): основными навыками работы с литературой, способностью к самоорганизации и рациональному распределению времени.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(*в соответствии с учебным планом)* — 7/252.

Форма промежуточной аттестации*(зачет/экзамен)* зачет, экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			1 № семестра	№ семестра	…
Аудиторные занятия		84	84		
в том числе:	лекции	50	50		
	практические	34	34		
	лабораторные	0	0		
Самостоятельная работа		60	60		
Контроли		36	36		
в том числе: курсовая работа (проект)		нет	нет		
Форма промежуточной аттестации *(экзамен – __час.)*					
Итого:		180	180		

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Роль и место аналитической геометрии в системе математического образования	Предмет дисциплины «Аналитической геометрия». Исторические сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место геометрии в системе математического образования	
1.2	Простейшие задачи аналитической геометрии	Простейшие задачи аналитической геометрии	
1.3	Системы координат. Векторы и прямая линия на плоскости.	Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор. Декартова система координат на плоскости,	

		простейшие задачи, теорема Чевы. Уравнение линии, полярные координаты, параллельный перенос. Координаты вектора, коллинеарные векторы, разложение по двум неколлинеарным, скалярное произведение. Преобразование системы координат. Инверсия. Примеры на вычисления образов. Прямая на плоскости как уравнение первой степени от двух переменных. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Взаимное расположение двух прямых. Пучок прямых на плоскости. Расстояние точки до прямой. Угол между двумя прямыми.	
1.4	Кривые второго порядка	Конические сечения, уравнения конических сечений в полярной системе координат. Изучение конических сечений. Свойства эллипса, гиперболы, параболы. Касательная к коническому сечению. Фокальные свойства конических сечений. Оптические свойства кривых второго порядка. Фокальные свойства конических сечений. Диаметры кривых второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Инварианты кривых второго порядка. Центры кривых второго порядка.	
1.5	Векторы в пространстве.	Векторы в пространстве, разложение по трем некомпланарным векторам. Векторное произведение, применение векторного произведения. Смешанное произведение. Преобразование системы координат в пространстве.	
1.6	Уравнение поверхности и кривой в пространстве.	Уравнение поверхности и кривой в пространстве. Уравнение плоскости. Расстояние точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Пучок плоскостей. Уравнения прямой в пространстве. Угол между двумя прямыми. Прямая и плоскость.	
1.7	Поверхности 2-го порядка.	Эллипсоид, гиперболоиды. Параболоиды, конус, цилиндры. Метод сечений. Классификация поверхностей второго порядка. Инварианты поверхностей. Прямолинейные образующие. Прямолинейные образующие однополосного гиперболоида. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида. Круговые сечения поверхностей второго порядка. Диаметральные плоскости. Плоскости симметрии. Главные направления поверхностей второго порядка.	
2. Практические занятия			

2.1	Системы координат. Векторы и прямая линия на плоскости.	Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор. Декартова система координат на плоскости, простейшие задачи, теорема Чевы. Уравнение линии, полярные координаты, параллельный перенос. Координаты вектора, коллинеарные векторы, разложение по двум неколлинеарным, скалярное произведение. Преобразование системы координат. Инверсия. Примеры на вычисления образов. Прямая на плоскости как уравнение первой степени от двух переменных. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Взаимное расположение двух прямых. Пучок прямых на плоскости. Расстояние точки до прямой. Угол между двумя прямыми.	
2.2	Кривые второго порядка	Конические сечения, уравнения конических сечений в полярной системе координат. Изучение конических сечений. Свойства эллипса, гиперболы, параболы. Касательная к коническому сечению. Фокальные свойства конических сечений. Оптические свойства кривых второго порядка. Фокальные свойства конических сечений. Диаметры кривых второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Инварианты кривых второго порядка. Центры кривых второго порядка.	
2.3	Векторы в пространстве.	Векторы в пространстве, разложение по трем некомпланарным векторам. Векторное произведение, применение векторного произведения. Смешанное произведение. Преобразование системы координат в пространстве.	
2.4	Уравнение поверхности и кривой в пространстве.	Уравнение поверхности и кривой в пространстве. Уравнение плоскости. Расстояние точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Пучок плоскостей. Уравнения прямой в пространстве. Угол между двумя прямыми. Прямая и плоскость.	
2.5	Поверхности 2-го порядка.	Эллипсоид, гиперболоиды. Параболоиды, конус, цилиндры. Метод сечений. Классификация поверхностей второго порядка. Инварианты поверхностей. Прямолинейные образующие. Прямолинейные образующие однополосного гиперболоида. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида. Круговые сечения поверхностей второго порядка. Диаметральные плоскости. Плоскости	

		симметрии. Главные направления поверхностей второго порядка.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Контроль	Самостоятельная работа	Всего
1	Роль и место аналитической геометрии в системе математического образования	2	-	2	2	6
2	Простейшие задачи аналитической геометрии	2	-	2	2	6
3	Системы координат. Векторы и прямая линия на плоскости.	10	4	10	8	32
4	Кривые второго порядка	10	6	6	8	30
5	Векторы в пространстве.	6	6	4	10	26
6	Уравнение поверхности и кривой в пространстве.	6	6	8	10	30
7	Поверхности 2-го порядка.	14	12	4	20	50
	Итого:	50	34	36	60	180

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: указание наиболее сложных разделов, работа с конспектами лекций, презентационным материалом, рекомендации по выполнению курсовой работы, по организации самостоятельной работы по дисциплине и др)

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Аудиторные и внеаудиторные (самостоятельные) формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им целостной системы знаний по дисциплине «Аналитическая геометрия». Используя лекционный материал, учебники, дополнительную литературу, проявляя творческий подход, студент готовится к практическим занятиям, рассматривая их как дополнение, углубление, систематизацию своих теоретических знаний. Студент должен прийти в ВУЗ с пониманием того, что самостоятельное овладение знаниями является неотъемлемой частью образовательного процесса.

Изучение каждой темы следует начинать с перечня изучаемых вопросов. Они ориентируют студента, показывают, что он должен знать по данной тематике. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие разделы программы учебного курса и с какой глубиной раскрыты в данном учебном материале.

Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;

- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену;
- самостоятельная работа студента в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Проработка лекционного курса является одной из важных активных форм самостоятельной работы. Лекция преподавателя не является озвученным учебником, а представляет плод его индивидуального творчества. Он читает свой авторский курс со своей логикой, со своими теоретическими и методическими подходами. Это делает лекционный курс конкретного преподавателя индивидуально-личностным событием, которым вряд ли студенту стоит пренебрегать. Кроме того, в своих лекциях преподаватель стремится преодолеть многие недостатки, присущие опубликованным учебникам, учебным пособиям, лекционным курсам.

В создании своего авторского лекционного курса преподаватель руководствуется двумя документами – Федеральным государственным образовательным стандартом и учебной программой. Совершенно недостаточно только слушать лекции. Студенту важно понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы. Надо пытаться стать активным соучастником лекции: думать, сравнивать известное с вновь получаемыми знаниями, войти в логику изложения материала лектором, по возможности вступать с ним в мысленную полемику. Во время лекции можно задать лектору вопрос. Вопросы можно задать и во время перерыва (письменно или устно), а также после лекции или перед началом очередной. Лектор найдет формы и способы реагирования на вопросы студентов.

<u>Методологические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов</u> включает в себя подготовку к практическим занятиям, контрольным работам, тестам, зачёту и экзамену.

Методологические рекомендации призваны помочь студентам организовать самостоятельную работу при изучении курса: с материалами лекций и семинарских занятий, литературы по общим и специальным вопросам. Самостоятельная работа студента должна опираться на сформированные навыки и умения, приобретенные во время обучения в средней школе. В ВУЗе студент должен повысить уровень самостоятельности. Составляющей компонентой его работы должно стать творчество. Работая с литературой по теме занятий, нужно делать выписки текста, содержащего характеристику или комментарии уже знакомого Вам источника. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения. Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект.

<u>Методические рекомендации по подготовке к экзамену</u>

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины *(список литературы оформляется в*

соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

№ п/п	Источник
1	***Привалов, Иван Иванович***. Аналитическая геометрия : учебник / И. И. Привалов .— Москва : Лань, 2007 .— 304 с. : ил.
2	***Постников, Михаил Михайлович (1927-2004)*** . Аналитическая геометрия. Лекции по геометрии : учеб. пособие. Ч. 1 / М. М. Постников .— Москва : Лань, 2009 .— 414, [1] с. : ил.
3	**Миносцев, В. Б.** Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 1. Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра : / Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А., Зубков В.Г., Ляховский В.А. — Москва : Лань, 2013 .—
4	Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения : / И. А. Соловьев, В. В. Шевелев, А. В. Червяков, А. Ю. Репин .— Москва : Лань, 2009 .— 319 с. : ил. ;

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	*Семенов Е.М. Аналитическая геометрия на плоскости / Е.М.Семенов, С.Н.Уксусов ; Воронежский государственный университет. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, — 94 с.*
6	*Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии : учебник для студ. вузов / Н.В. Ефимов .— Изд. 13-е, стер. — М. : Физматлит, 2005 .— 238 с. : ил.*
7	Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии : учебник для студ. вузов / Н.В. Ефимов .— Изд. 13-е, стер. — М. : Физматлит, 2005 .— 238 с. : ил.
8	*Погорелов А.В., Геометрия./ А.В.Погорелов. - М.: Наука, 1978. – 208 с.*
9	*Ильин В.А.. Аналитическая геометрия. /В.А. Ильин, Э.Г.Позняк - М.: Физматлит, 2002. –240 с.*
10	*Мусхелишвили Н.И. Курс аналитической геометрии. /Н.И.Мусхелишвили. - СПб.: Лань, 2002. – 655 с.*
11	*Моденов П.С. Аналитическая геометрия./П.С. Моденов. - М.: Изд-во МГУ, 1969. - 698с.*
12	**Погорелов, Алексей Васильевич**. Аналитическая геометрия : учебник для студ. мат. и физ. спец. вузов / А.В. Погорелов .— 4-е изд., перераб. — М. : Наука, 1978 .— 208 с. : ил. Задачник-практикум по аналитической геометрии и высшей алгебре : Учебное пособие / Под общ. ред. В.А. Волкова; Ленингр. гос. ун-т им. А.А. Жданова .— Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1986 .— 259, [1] с. : ил., табл. — 0.50.

в)информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)***:**

№ п/п	Ресурс
1.	*www.lib.vsu.ru*
2.	*http:www.math.vsu.ru – официальный сайт математического факультета ВГУ*
3.	*http:www.math.msu.ru – официальный сайт мехмата МГУ*

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы, онлайн-курсы, ЭУМК

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы *(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)*

№ п/п	Источник
1	*Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. / О.Н.Цубербиллер. - СПб.: Лань, 2003. – 366 с.*
2	*Бахвалов С.В. Сборник задач по аналитической геометрии. /С.В. Бахвалов, П.С. Моденов, А.С.Пархоменко. - М.: Наука, 1964. – 327 с*

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная и т.д.), семинарские занятия (проблемные, дискуссионные и т.д.), применяться дистанционные образовательные технологии в части освоения лекционного материала, проведения текущей аттестации, самостоятельной работы по дисциплине или отдельным ее разделам и т.д. При применении ЭО и ДОТ необходимо в п.15 в) указать используемые ресурсы (см. пример выше)

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: *(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)*

специального оборудования не требуется.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Системы координат. Векторы и прямая линия на плоскости.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания.
2.	Кривые второго порядка	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа
3.	Системы координат. Векторы и прямая линия на плоскости.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания.
4.	Кривые второго порядка	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
5.	Векторы в пространстве.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания.
6.	Уравнение поверхности и кривой в пространстве.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания.
7.	Поверхности 2-го порядка.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				*Перечень вопросов* *Практическое задание*

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

20.1.1. Перечень вопросов к экзамену:

1. **Декартовы координаты, простейшие задачи.**
2. теорема Чевы.
3. Уравнение линии, полярные координаты, параллельный перенос.
4. Координаты вектора, коллинеарные векторы.
5. Разложение по двум неколлинеарным векторам, скалярное произведение.
6. Прямая на плоскости, пучок прямых.
7. Расстояние от точки до прямой.
8. Преобразование системы координат.
9. Инверсия.
10. Конические сечения, конических сечений в полярной системе координат.
11. Уравнения конических сечений в декартовой системе координат.
12. Изучение конических сечений.
13. Касательная к коническому сечению.
14. Фокальные свойства конических сечений.
15. Оптические свойства.
16. Диаметры.
17. Классификация кривых второго порядка.
18. Инварианты.
19. Центры кривых второго порядка.
20. Применения фокального свойства гиперболы.
21. Векторы в пространстве, разложение по трем некомпланарным векторам.
22. Векторное произведение.
23. Смешанное произведение.
24. Преобразование системы координат в пространстве.

25. Уравнение поверхности и кривой в пространстве.
26. Уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости.
27. Уравнения прямой в пространстве.
28. Прямая и плоскость.
29. Эллипсоид, гиперболоиды.
30. Параболоиды, конус, цилиндры.
31. Упрощение уравнения поверхности.
32. Классификация поверхностей 2-го порядка.
33. Прямолинейные образующие.
34. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида 1,2.
35. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
36. Круговые сечения.
37. Диаметральные плоскости.
38. Плоскости симметрии.
39. Главные направления.
40. Инварианты поверхностей.
41. Проективные пространства, ангармоническое отношение.

20.1.2. Перечень практических заданий

1. Найти внутренние углы треугольника, стороны которого выражены уравнениями $x - y - 3 = 0$, $x - 3y - 4 = 0$, $4x + 2y + 3 = 0$.
2. Даны две вершины треугольника $A(2, 2)$, $B(3, 0)$ и точка пересечения его медиан $O(3, 1)$. Найти третью вершину C.
3. Через точку пересечения прямых $x + y - 6 = 0$, $2x - y - 3 = 0$ провести прямую под углом в $45°$ к прямой $3x - 5 = 0$.
4. Стороны треугольника выражаются уравнениями $x + 3y - 2 = 0$, $2x + y + 5 = 0$, $3x - 4 = 0$. Найти уравнения высот этого треугольника.
5. На прямой $4x + 3y - 12 = 0$ найти точку, равноудаленную от точек $(-1, -2)$ и $(1, 4)$.
6. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $x + y - 1 = 0$, $3x - y + 4 = 0$ и точка пересечения его диагоналей $(3, 3)$. Найти уравнения двух других сторон.
7. На прямой $x + 3y = 0$ найти точку, равноудаленную от начала координат и от прямой $x + 3y - 2 = 0$.
8. Дана прямая $3x - 4y - 10 = 0$. Найти уравнение прямой, параллельной данной и отстоящей от нее на расстоянии 3 единиц.
9. Найти расстояние между параллельными прямыми $3x + 4y - 15 = 0$ и $3x + 4y + 20 = 0$.
10. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(5, 2)$ на расстоянии 4 единиц от точки $B(-3, 1)$.
11. Составить уравнение касательных к окружности с центрам в точке $(3, 6)$ и радиуса $\frac{2}{5}\sqrt{85}$ проходящих через точку $(1, -2)$.
12. Найти угол между биссектрисами углов, образуемых прямыми $3x + 4y - 9 = 0$ и $12x + 9y - 8 = 0$.
13. Найти уравнение биссектрисы внешнего угла A треугольника с вершинами $A(0, 0)$, $B(3, 0)$, $C(0, 7)$.
14. Найти точку, равноудаленную от точек $M(4, -3)$ и $N(2, -1)$ и отстоящую от прямой $4x + 3y - 2 = 0$ на расстоянии, равном 2.
15. Даны центр квадрата $C(-1, 0)$ и уравнение стороны $x + 3y - 5 = 0$. Составить уравнения остальных трех сторон.

16. В прямоугольном равнобедренном треугольнике даны уравнение катета $y = 2x$ и середина гипотенузы $K(4, 2)$. Найти уравнения двух других его сторон.
17. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон: $2x – 5y – 1 = 0$, $2x – 5y – 34 = 0$ и уравнение одной из его диагоналей: $x + 3y – 6 = 0$.
18. Зная уравнение $3x – 2y + 6 = 0$ одной из сторон угла и уравнение его биссектрисы $x – 3y + 5 = 0$, составить уравнение второй стороны угла.
19. В треугольнике ABC известны: сторона AB: $4x + y – 12 = 0$, высота BM: $5x – 4y – –15 = 0$ и высота AH: $2x + 2y – 9 = 0$. Написать уравнения двух других сторон и третьей высоты.
20. Найти уравнение окружности, центр которой лежит в точке $(4, 7)$ и которая касается прямой $3x – 4y + 1 = 0$.
21. Написать уравнение касательной к окружности $(x + 1)2 + (y – 3)2 = 25$ в точке $(3, 6)$.
22. Найти уравнения касательных к окружности $x2 + y2 = 10$, проходящих через точку $(–5, –5)$.
23. Найти касательные к окружности $x2 + y2 = 13$, параллельные прямой $4x + 6y – 5 = 0$.
24. Найти касательные к окружности $x2 + y2 + 5x = 0$, перпендикулярные к прямой $4x – 3y + 7 = 0$.
25. Определить эксцентриситет эллипса, если отрезок, соединяющий его фокусы виден из конца малой оси под прямым углом.
26. Определить эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами равно расстоянию между концами большой и малой осей.
27. Определить эксцентриситет эллипса, если его большая ось втрое больше малой.
28. Гипербола касается прямой $x – y – 3 = 0$ в точке $(5, 2)$. Составить уравнение этой гиперболы.
29. Дана парабола $y2 = 6x$. Через точку $(4, 1)$ провести такую хорду, которая делилась бы в этой точке пополам.
30. Найти уравнения диаметров параболы $y2 = 8x$, сопряженных с хордами, наклоненными к ним под углом в $45°$.
40. Найти такую точку на параболе $y2 = 12x$, чтобы касательная в ней образовывала с осью симметрии параболы угол в $30°$.
41. Дана парабола $y2 = 10x$. Найти к этой параболе касательные в точках, в которых она пересекается с прямой $y = 4x – 5$.
42. Определить угол между векторами a и b, если вектор $a + 3b$ перпендикулярен к вектору $7a – 5b$, а вектор $a – 4b$ перпендикулярен к вектору $7a – 2b$.
43. Зная векторы, служащие сторонами треугольника $\overline{AB} = \bar{c}$, $\overline{BC} = \bar{a}$, $\overline{CA} = \bar{b}$, найти векторы, коллинеарные биссектрисам углов этого треугольника.
44. Доказать, что сумма векторов, соединяющих центр правильного треугольника с его вершинами, равна нулю.
45. При каком значении коэффициента α векторы $p = \alpha a+5b$ и $q= 3a – b$ окажутся коллинеарными, если a и b не коллинеарны?
46. Векторы a, b, c и d связаны соотношениями $a/\backslash b = c/\backslash d$, $a/\backslash c = b/\backslash d$. Доказать коллинеарность векторов $a – d$ и $b – c$.
47. Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $A = 5p +2q$ и $B = p – 3q$, если известно, что $|p| = \sqrt{2}$, $|q| = 3$ и $(p\hat{}q) = \pi/4$.
48. Зная две стороны треугольника
$AB = 3p – 4q$ и $BC = p + 5q$, вычислить длину его высоты CD при условии, что векторы p и q – перпендикулярные друг другу единичные векторы (орты).
49. Вектор m, перпендикулярный к оси Oz и к вектору $a = (8; –15; 3)$, образует острый угол с осью Ox. Зная, что $|m| = 51$, найти его координаты.
50. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $AB = m + 2n$ и $AD = m - 3n$, где $|m| = 5$, $|n| = 3$ и $(m \wedge n) = \pi / 6$.
51. Вектор x, перпендикулярный к векторам $a = (4; -2; -3)$ и $b = (0; 1; 3)$, образует с осью Oy тупой угол. Зная, что $|x| = 26$, найти его координаты.

52. Вычислить синус угла между диагоналями параллелограмма, построенного на данных векторах $a = 2m + n - p$ и $b = m - 3n + p$, где m, n и p – взаимно перпендикулярные единичные векторы.
53. Найти точку, симметричную точке $A(3; -7; 5)$ относительно плоскости $2x - 6y + 3z - 42= 0$.
54. В пучке, определяемом плоскостями
$3x+ y - 2z - 6 = 0$ и $x - 2y +5z - 1= 0$, найти плоскости, перпендикулярные к этим основным плоскостям.
55. Через точку $M(-5; 16; 12)$ проведены две плоскости: одна из которых содержит ось OX, другая – ось OY. Вычислить угол между этими двумя плоскостями.
56. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости $5x -y +3z - 2 = 0$ и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости xOy.
57. Через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 5y - z + 2 = 0$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости $2x - y + 5z - 3 = 0$.
58. Провести плоскость через перпендикуляры, опущенные из точки $A(-3; 2; 5)$ на плоскости $4x + y - 3z +13 = 0$ и $x - 2y + z - 11 = 0$.
59. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $L(0; 0; 1)$ и $N (3; 0; 0)$ и образующей угол в $60°$ с плоскостью xOy.
60. В пучке, определяемом плоскостями $2x + y - 3z + 2 = 0$ и $5x + 5y - 4z + 3 = 0$, найти две перпендикулярные друг к другу плоскости, из которых одна проходит через точку $A(4 ; -3 ; 1)$.

20.1.3. Тестовые задания

№ задания	Условие задачи	Варианты ответов			
		1	2	3	4
1	Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ равен	4/5	5/4	5/3	4
2	Какие из четырех плоскостей являются взаимно перпендикулярными: (а) $x+y-z-1=0$, (б) $2x-2y+5=0$, (в) $x+y-z-1=0$, (г) $x+y-z-1=0$?	(а) и (б)	(а) и (г)	(б) и (в)	(в) и (г)
3	Расстояние между параллельными прямыми $3x+4y=0$ и $3x+4y-5=0$ равно	5	3	4	1
4	Большая полуось эллипса $4x^2+25y^2=100$ равна	4	25	5	2
5	Какая из плоскостей (а) $5x-2y+3z+1=0$, (б) $5x+2y+3z+2=0$, (в) $2x-5y+5=0$, (г) $2x-5y+z+5=0$ перпендикулярна прямой $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{3}$?	(а)	(б)	(в)	(г)
6	Какие из перечисленных пар прямых являются взаимно перпендикулярными? $(a)3x+5y-8=0;$ $(b)3x-5y+8=0;$ $(c)3x=5;$ $(d)5x+y+8=0;$ $(e)5x-3y+3=0;$ $(f)5y=3;$	$(a)\perp(b)$ и $(c)\perp(f)$	$(a)\perp(d)$ и $(c)\perp(f)$	$(b)\perp(d)$ и $(a)\perp(e)$	$(a)\perp(d)$
7	Даны три стороны параллелограмма $5x-3y-14=0;$ $5x-3y+8=0;$ $2x+y+1=0$. Укажите четвертую сторону.	$y=-2x$	$2x+y=4$	$y=2x-10$	$2x+y=10$

8	Угол между плоскостями $4x-2y+3z+7=0$ и $4x-2y+3z+1=0$ равен	90^0	60^0	30^0	0^0
9	Расстояние между прямыми $4x-3y+7=0$ и $4x-3y+2=0$ равно	9	5	1	0
10	Эксцентриситет эллипса $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ равен	0,8	0,5	0,9	0,7
11	Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ равен	1,4	1,25	1,2	1,55
12	Какая из прямых (а) $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{3}$, (б) $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{-3}$, (в) $\frac{x+2}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z+4}{3}$, (г) $\frac{x}{5}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{-2}$, перпендикулярна плоскости $2x-5y+10z+5=0$?	(а)	(б)	(в)	(г)

20.1.4. Перечень заданий для контрольных работ

1. Контрольная работа по теме «Прямая линия на плоскости»:

Вариант №1

1. Проверить, что прямые $y=3x-1$, $x-7y=7$ и $x+y-7=0$ служат сторонами равнобедренного треугольника.

2. Составить уравнение прямой, делящей пополам отрезок между точками $A(-3;2)$ и $B(5;-2)$ и образующей с отрезком AB угол вдвое большей, чем с осью OX.

3. Найти центр круга радиуса $r=8$ и касающегося двух прямых: $3x-4y+10=0$ и $3x+4y=0$.

4. Составить уравнения сторон ромба, зная две противолежащие его вершины $A(-3;1)$, $B(5;7)$ и площадь ромба $S=25\,ед^2$.

5. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин $A(3;-4)$ и уравнения двух высот $7x-2y-1=0$ и $2x-7y-6=0$.

Вариант №2

1. Зная уравнения боковых сторон равнобедренного треугольника $y=3$ и $x-y+4=0$, составить уравнение третьей стороны, при условии, что она проходит через начало координат.

2. Составить уравнения сторон треугольника, зная две его вершины $A(3;5)$, $B(6;1)$ и точку пересечения его медиан $M(4;0)$.

3. На оси ординат найти точку, одинаково удаленную от начала координат и от прямой $3x-4y+12=0$.

4. Найти точку, симметричную точке $Q(-2;-9)$ относительно прямой $2x+5y-38=0$.

5. В треугольнике $A(-3;-1)$, $B(1;-5)$, $C(9;3)$, стороны AB и AC разделены в отношении $\lambda=3$, считая от общей вершины A. Проверить, что прямые, соединяющие точки деления с противолежащими вершинами, и медиана AM пересекаются в одной точке

Вариант №3

1. Из точки $A(6;\ 9)$ направлен луч под углом $\frac{\pi}{4}$ к прямой $y=\frac{2}{5}x+\frac{4}{5}$. Найти уравнение луча, отраженного от этой прямой.

2. Составить уравнения катетов прямоугольного треугольника, площадь которого равна 20 ед^2., если известно, что его гипотенуза лежит на оси абсцисс, а вершина прямого угла совпадает с точкой $C(-1;\ 4)$.

3. Дан треугольник $A(1;\ 2)$, $B(3;\ 7)$, $C(5;-13)$. Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины B на медиану, проведенную из вершины A.

4. Даны вершины треугольника: $A(-6;-3)$, $B(-4;\ 3)$, $C(9;\ 2)$. На внутренней биссектрисе угла A найти такую точку M, чтобы четырехугольник $ABMC$ оказался трапецией.

Прямые $3x+4y-30=0$ и $3x-4y+12=0$ касаются окружности, радиус которой R = 5. Вычислить площадь четырехугольника, образованного этими касательными и радиусами круга, проведенными в точки касания.

Вариант №4

1. Составить уравнения катетов прямоугольного равнобедренного треугольника, зная уравнение гипотенузы $y=3x+5$ и вершину прямого угла $(4;-1)$.

2. Проверить, что точки $A(-2;-2)$, $B(-3;\ 1)$, $C(7;\ 7)$ и $D(3;\ 1)$ служат вершинами трапеции и составить уравнения средней линии и диагоналей этой трапеции.

3. На расстоянии 5 единиц от точки $C(4;\ 3)$ провести прямую, отсекающую равные отрезки на осях координат (18 баллов).

4. Даны две вершины треугольника $A(-6;\ 2)$, $B(2;-2)$ и точка $H(1;\ 2)$ пересечения его высот. Вычислить координаты третьей вершины C (22 балла).

5. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин $A(-4;\ 2)$ и уравнения двух медиан: $3x-2y+2=0$ и $3x+5y-12=0$.

2. Контрольная работа по теме «Векторная алгебра и прямая и плоскость в пространстве»:

ВАРИАНТ №1

1. Векторы **a**, **b**, **c** и **d** связаны соотношениями **a**/**b** = **c**/**d**, **a**/**c** = **b**/**d**. Доказать коллинеарность векторов **a – d** и **b – c**.
2. При каком значении коэффициента α векторы **p** = α**a**+5**b** и **q**= 3**a – b** окажутся коллинеарными, если **a** и **b** не коллинеарны?
3. Найти точку, симметричную точке A(3; -7; 5) относительно плоскости $2x - 6y + 3z - 42 = 0$.
4. В пучке, определяемом плоскостями $3x + y - 2z - 6 = 0$ и $x - 2y + 5z - 1 = 0$, найти плоскости, перпендикулярные к этим основным плоскостям.

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-3}{2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z-2}{-3}$ и параллельной прямой $\frac{x+5}{4}=\frac{y-2}{7}=\frac{z-1}{2}$.

ВАРИАНТ №2

1. Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах **A** = 5**p** +2**q** и **B** = **p** – 3**q**, если известно, что | **p** | = $\sqrt{2}$, | **q** | = 3 и (**p**^**q**) = π /4.
2. Зная две стороны треугольника **AB** = 3**p** -4**q** и **BC** = **p** + 5**q**, вычислить длину его высоты CD при условии, что векторы **p** и **q** – перпендикулярные друг другу единичные векторы (орты).

3. Через точку M(-5; 16; 12) проведены две плоскости: одна из которых содержит ось OX, другая – ось OY. Вычислить угол между этими двумя плоскостями.

4. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости 5x –y +3z – 2 = 0 и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости xOy.

5. Через прямую $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости x + 4y – 3z + 7 = 0.

В А Р И А Н Т №3

1. Вектор **m**, перпендикулярный к оси *Oz* и к вектору **a** = (8; –15; 3), образует острый угол с осью O*x*. Зная, что | **m** | = 51, найти его координаты.

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах **AB** = **m** + 2**n** и **AD** = **m** - 3**n**, где | **m** | = 5, | **n** | = 3 и (**m** ^ **n**) = π / 6.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки L(0; 0; 1)

4. В пучке, определяемом плоскостями 2**x** + y – 3z + 2 = 0 и 5x + 5y – 4z + 3 = 0, найти две перпендикулярные друг к другу плоскости, из которых одна проходит через точку A(4 ; – 3 ; 1).

5. Проверить, что прямые $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$ и $\dfrac{x-8}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-6}{-2}$ пересекаются, и написать уравнение плоскости, проходящей через них.

В А Р И А Н Т №4

1. Вектор **x**, перпендикулярный к векторам **a** = (4; -2; -3) и **b** = (0; 1; 3), образует с осью *Oy* тупой угол. Зная, что | **x** | = 26, найти его координаты.

2. Вычислить синус угла между диагоналями параллелограмма, построенного на данных векторах **a** = 2**m** + **n** – **p** и **b** = **m** – 3**n** + **p**, где **m**, **n** и **p** – взаимно перпендикулярные орты.

3. Через ось *Oz* провести плоскость, образующую с плоскостью $2x + y - \sqrt{5}\,z - 7 = 0$ угол π / 3.

4. Через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 5y - z + 2 = 0$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости $2x - y + 5z - 3 = 0$.

5. Провести плоскость через перпендикуляры, опущенные из точки A(– 3; 2; 5) на плоскости $4x + y - 3z + 13 = 0$ и $x - 2y + z - 11 = 0$.

Описание технологии проведения

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Для оценивания результатов обучения на экзамене/зачете используются следующие показатели (ЗУНы из 19.1):

1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом аналитической геометрии;
2) умение связывать теорию с практикой;
3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
4) умение анализировать алгебраические уравнения первой и второй степени на плоскости и в пространстве, строить соответствующие им линии и поверхности, определять вид кривых и поверхностей второго порядка, доказывать основные теоремы аналитической геометрии и решать практические задачи;
5) владение основными методами исследования алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядка, основными методами доказательства теорем и решения задач аналитической геометрии;

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено.

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Продемонстрировано знание основных понятий, определения векторной алгебры и аналитической геометрии основных задач аналитической геометрии, формулировки теорем и методы их доказательства, умение анализировать алгебраические уравнения первой и второй степени на плоскости и в пространстве, строить соответствующие им линии и поверхности, определять вид кривых и поверхностей второго порядка, доказывать основные теоремы аналитической геометрии и решать задачи, владение основными методами исследования алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядка, основными методами доказательства теорем и решения задач аналитической геометрии.	*Повышенный уровень*	*Отлично* *(зачтено)*
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. *Недостаточно продемонстрировано умение анализировать алгебраические уравнения первой и второй степени на плоскости и в пространстве, или строить соответствующие им линии и поверхности, определять вид кривых и поверхностей второго порядка, доказывать основные теоремы аналитической геометрии или решать задачи.* *Или содержатся отдельные пробелы при использовании основных методов исследования алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядка, или методов доказательства теорем и решения задач аналитической геометрии.*	*Базовый уровень*	*Хорошо* *(зачтено)*
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичное знание основных понятий, определений векторной алгебры и аналитической геометрии, основных задач аналитической геометрии, формулировки теорем и методы их доказательства или не умеет анализировать алгебраические уравнения первой и второй степени на плоскости и в пространстве, или строить соответствующие им линии и поверхности, определять вид кривых и поверхностей второго порядка, доказывать основные теоремы аналитической геометрии или решать задачи. *Или имеет не полное представление об использовании основных методов исследования алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядка, или методов, допускает существенные ошибки при доказательстве теорем или решении задач аналитической геометрии.*	*Пороговый уровень*	*Удовлетвори-тельно* *(зачтено)*
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при доказательстве теорем или решении задач аналитической геометрии.	–	*Неудовлетвори-тельно* *(не зачтено)*

(наименование оценочного средства промежуточной аттестации)

Примеры:

Практико-ориентированные задания
Тестовые задания
Контрольная работа
Курсовая работа/проект
Реферат
Портфолио
Доклад/презентация
Собеседование по экзаменационным билетам (по билетам к зачету)
др.

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме *устного опроса (индивидуальный опрос); письменных работ (контрольные работы.); тестирования;* Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.
При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Декартовы координаты. Простейшие задачи. Теорема Чевы.
2. При каком условии отрезок, соединяющий точки $A(a_1, b_1)$ и $B(a_2, b_2)$, пересекает положительную полуось оси OX?
3. Дан треугольник $A(1;\ 2)$, $B(3;\ 7)$, $C(5; -13)$. Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины B на медиану, проведенную из вершины A.
4. Найдите уравнения сопряженных диаметров эллипса $4x^2+9y^2=36$, один из которых имеет угловой коэффициент $k_1=3/2$. Сделайте чертеж.
5. Даны точки A(0, 1, -1), B(1, -1, 2), C(3, 1, 0), D(2, -3, 1). Найти косинус угла φ между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$.
6. Найти точку, симметричную точке A(3; – 7; 5) относительно плоскости $2x - 6y + 3z - 42 = 0$.
7. Определить вид поверхности $(x+y)^2+z^2=0$ и схематически изобразить ее.
8. Определить угол между векторами **a** и **b**, если вектор **a** + 3**b** перпендикулярен к вектору 7**a** – 5**b**, а вектор **a** – 4**b** перпендикулярен к вектору 7**a** – 2**b**.

Контрольно-измерительный материал № 2

1. Уравнение линии. Полярные координаты. Параллельный перенос.
2. Найти координаты точки, симметричной точке $A(x,\ y)$ относительно биссектрисы второго координатного угла.
3. Составить уравнение прямой, делящей пополам отрезок между точками $A(-3; 2)$ и $B(5; -2)$ и образующей с отрезком AB угол вдвое больший, чем с осью x.
4. Найдите уравнения сопряженных диаметров эллипса $4x^2+9y^2=1$, один из которых имеет угловой коэффициент $k_1=2/3$. Сделайте чертеж.

5. Векторы $\bar{a},\ \bar{b},\ \bar{c}$ единичной длины образуют попарно углы 60°. Найти угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}-\bar{c}$.

6. В пучке, определяемом плоскостями $3x+y-2z-6=0$ и $x-2y+5z-1=0$, найти плоскости, перпендикулярные к этим основным плоскостям.

7. Определить вид поверхности $xy=z+1$ и схематически изобразить ее.

8. Написать уравнение касательной к окружности $(x+1)^2+(y-3)^2=25$ в точке (3, 6).

Контрольно-измерительный материал № 3

1. Координаты вектора. Коллинеарные векторы. Разложение по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение.

2. Найти точку, равноудаленную от осей координат и точки (3, 6).

3. Показать, что прямая параллельная асимптоте гиперболы, пересекает гиперболу в одной точке. (Погорелов ГлаваIV №22)

4. Существуют ли касательные, проведенные к эллипсу $4x^2+25y^2=100$ из точки A(1, 1). Если да, то напишите их уравнения. Ответ обоснуйте.

5. Векторы $\bar{a},\ \bar{b},\ \bar{c}$ единичной длины образуют попарно углы 60°. Найти угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}+\bar{c}$.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ и параллельной прямой $\dfrac{x+5}{4}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-1}{2}$.

7. Определить вид поверхности $(x+y)^2+z^2=1$ и схематически изобразить ее.

8. Доказать, что сумма векторов, соединяющих центр правильного треугольника с его вершинами, равна нулю.

Контрольно-измерительный материал № 4

1. Прямая на плоскости. Пучок прямых. Расстояние от точки до прямой.

2. При каком условии отрезок, соединяющий точки $A(a_1, b_1)$ и $B(a_2, b_2)$, пересекает отрицательную полуось оси OY?

3. Проверить, что прямые $y=3x-1$, $x-7y=7$ и $x+y-7=0$ служат сторонами равнобедренного треугольника.

4. Существуют ли касательные, проведенные к эллипсу $4x^2+25y^2=100$ из точки A(1, 2). Если да, то напишите их уравнения. Сделайте чертеж.

5. Даны точки A(1, 0, 1), B(-1, 1, 2), C(0, 2, -1). На оси z найти такую точку D, чтобы векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ были перпендикулярны.

6. Через точку M(-5; 16; 12) проведены две плоскости: одна из которых содержит ось OX, другая – ось OY. Вычислить угол между этими двумя плоскостями.

7. Определить вид поверхности $(x+4)^2+5z^2=1$ и схематически изобразить ее.

8. В ромбе ABCD даны диагонали $\overline{AC}=\bar{a}$ и $\overline{BD}=\bar{b}$. Разложить по этим двум векторам все векторы, совпадающие со сторонами ромба: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ и $\overline{DA}$.

Контрольно-измерительный материал № 5

1. Преобразование системы координат.

2. Даны координаты двух смежных вершин *A* и *B* квадрата *ABCD*. Как найти координаты остальных вершин?

3. Доказать, что через точку B(4, -5) невозможно провести прямую так, чтобы расстояние ее от точки C(-2, 3) было равно 12.

4. Существуют ли касательные, проведенные к гиперболе $4x^2-25y^2=100$ из точки A(5, 2). Если да, то напишите их уравнения. Ответ обоснуйте.

5. Даны векторы $\bar{a}=(2, n, 3)$ и $\bar{b}=(3, 2, -1)$. При каком значении *n* эти векторы перпендикулярны?

6. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости $5x - y + 3z - 2 = 0$ и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости xOy.

7. Определить вид поверхности $x^2 + xy = 0$ и схематически изобразить ее.

8. Найти касательные к окружности $x^2 + y^2 + 5x = 0$, перпендикулярные к прямой $4x - 3y + 7 = 0$.

Контрольно-измерительный материал № 6

1. Инверсия.
2. Даны координаты двух вершин A и B равностороннего треугольника ABC. Как найти координаты третьей вершины? Рассмотреть пример: $A(0, 1)$, $B(2, 0)$. (Погорелов ГлаваI №21)
3. Выразить расстояние между точками через полярные координаты этих точек. (Погорелов ГлаваIV №2)
4. Существуют ли касательные, проведенные к гиперболе $4x^2 - 25y^2 = 100$ из точки $A(5, 2)$. Если да, то напишите их уравнения. Сделайте чертеж.
5. Даны векторы $\bar{a} = (2, n, 3)$ и $\bar{b} = (3, 2, m)$. При каких m и n эти векторы коллинеарны?
6. Через прямую $\frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости $x + 4y - 3z + 7 = 0$.
7. Определить вид поверхности $xy + yz = 1$ и схематически изобразить ее.
8. Найти уравнение окружности, центр которой лежит в точке $(4, 7)$ и которая касается прямой $3x - 4y + 1 = 0$.

Контрольно-измерительный материал № 7

1. Конические сечения, конических сечений в полярной системе координат.
2. Найти координаты точки, симметричной точке $A(x, y)$ относительно биссектрисы первого координатного угла.
3. Точка $A(5, -1)$ является вершиной квадрата $4x - 3y - 7 = 0$. Составить уравнения прямых, на которых лежат остальные стороны квадрата.
4. Существуют ли касательные, проведенные к гиперболе $4x^2 - 25y^2 = 100$ из точки $A(2{,}5;\ 1)$. Если да, то напишите их уравнения. Ответ обоснуйте.
5. Даны точки $A(1, 3, 2)$, $B(0, -2, 4)$, $C(2, 1, 0)$. Найти точку $D(x, y, z)$, при условии, что $\overline{AB} + \overline{CD} = \bar{0}$.
6. Через ось Oz провести плоскость, образующую с плоскостью $2x + y - \sqrt{5}\,z - 7 = 0$ угол $\pi / 3$.
7. Определить вид поверхности $xy = yz$ и схематически изобразить ее.
8. В пучке, определяемом плоскостями $3x + y - 2z - 6 = 0$ и $x - 2y + 5z - 1 = 0$, найти плоскости, перпендикулярные к этим основным плоскостям.

Контрольно-измерительный материал № 8

1. Уравнения конических сечений в декартовой системе координат.
2. Какому условию должны удовлетворять координаты вершин треугольника ABC для того, чтобы угол A был больше угла B?
3. Определить, при каких значениях m и n две прямые $mx + 8y + n = 0$, $2x + my - 1 = 0$ 1) параллельны; 2) совпадают; 3) перпендикулярны.
4. Найти уравнение окружности, центр которой лежит в точке $(4, 7)$ и которая касается прямой $3x - 4y + 1 = 0$.
5. Даны точки $A(2, 3, 2)$, $B(0, 2, 4)$, $C(4, 1, 0)$. Найти точку $D(x, y, z)$, если векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ равны.
6. Через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 5y - z + 2 = 0$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости $2x - y + 5z - 3 = 0$.
7. Определить вид поверхности $(x + y)^2 + yz = 0$ и схематически изобразить ее.
8. Через точку пересечения прямых $x + y - 6 = 0$, $2x - y - 3 = 0$ провести прямую под углом в $45°$ к прямой $3x - 5 = 0$.

Контрольно-измерительный материал № 9

1. Изучение конических сечений.
2. Даны три вершины параллелограмма ABCD: A(1, 0), B(2, 3), C(3, 2). Найти координаты четвертой вершины D и точки пересечения диагоналей.
3. Даны две противоположные вершины квадрата A(-1, 3) и C(6, 2). Составить уравнения его сторон.
4. Написать уравнение касательной к окружности $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$ в точке (3, 6).
5. При параллельном переносе точка A(2, 1, -1) переходит в точку B(1, -1, 0). В какую точку переходит начало координат?
6. Провести плоскость через перпендикуляры, опущенные из точки A(– 3; 2; 5) на плоскости $4x + y - 3z + 13 = 0$ и $x - 2y + z - 11 = 0$.
7. Определить вид поверхности $(x+y)\cdot(y+z)=1$ и схематически изобразить ее.
8. Найти касательные к окружности $x^2 + y^2 = 13$, параллельные прямой $4x + 6y - 5 = 0$.

Контрольно-измерительный материал № 10

1. Касательная к коническому сечению.
2. При каком условии отрезок, соединяющий точки $A(a_1, b_1)$ и $B(a_2, b_2)$, пересекает положительную полуось оси OY?
3. Составить уравнение прямой, если точка P(2, 3) служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту прямую.
4. Найти уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 = 10$, проходящих через точку (–5, –5).
5. Даны точки (1, 2, 3), (0, -1, 2), (1, 0, -3). Найти точки, симметричные данным относительно начала координат.
6. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости $5x - y + 3z - 2 = 0$ и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости xOy.
7. Определить вид поверхности $x + y + z^2 = 0$ и схематически изобразить ее.
8. На прямой $4x + 3y - 12 = 0$ найти точку, равноудаленную от точек (–1, –2) и (1, 4).

Контрольно-измерительный материал № 11

1. Фокальные свойства конических сечений.
2. Доказать, что окружность $x^2 + y^2 + 2ax + 1 = 0$ не пересекается с осью y.
3. Найти проекцию точки A(-6, 4) на прямую $4x - 5y + 3 = 0$.
4. Найти касательные к окружности $x^2 + y^2 = 13$, параллельные прямой $4x + 6y - 5 = 0$.
5. Даны точки (1, 2, 3), (0, -1, 2), (1, 0, -3). Найти точки, симметричные данным относительно координатных плоскостей.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки L(0; 0; 1) и N (3; 0; 0) и образующей угол в 60° с плоскостью *xOy*.
7. Определить вид поверхности $(x+y)^2 + (x-y)^2 = 1$ и схематически изобразить ее.
8. Определить эксцентриситет эллипса, если отрезок, соединяющий его фокусы, виден из конца малой оси под прямым углом.

Контрольно-измерительный материал № 12

1. Оптические свойства.
2. Доказать, что точки (1, 1), (2, 3), (0, 4), (-1, 2) являются вершинами прямоугольника.
3. При каком условии для прямых $ax + by = 0,\quad a_1x + b_1y = 0$ ось x является биссектрисой образованных ими углов? (Погорелов ГлаваIII №30)
4. Найти касательные к окружности $x^2 + y^2 + 5x = 0$, перпендикулярные к прямой $4x - 3y + 7 = 0$.
5. Дан вектор $\overline{a} = (1, 2, 3)$. Найти коллинеарный ему вектор с началом в точке $A(1, 1, 1)$ и концом B на плоскости xy.

6. В пучке, определяемом плоскостями $2x + y - 3z + 2 = 0$ и $5x + 5y - 4z + 3 = 0$, найти две перпендикулярные друг к другу плоскости, из которых одна проходит через точку A(4 ; – 3 ; 1).

7. Определить вид поверхности $(x+z)^2 + y^2 = 0$ и схематически изобразить ее.

8. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $x + y - 1 = 0$, $3x - y + 4 = 0$ и точка пересечения его диагоналей (3, 3). Найти уравнения двух других сторон.

Контрольно-измерительный материал № 13

1. Диаметры.
2. Даны один конец отрезка A(2, 4) и его середина M(3, -2). Найти другой конец отрезка.
3. Показать, что прямые, задаваемые уравнениями $ax + by + c = 0, \quad ax - by + c = 0 \quad (b \neq 0)$, Расположены симметрично относительно начала координат. (Погорелов ГлаваIII №20)
4. Определить эксцентриситет эллипса, если отрезок, соединяющий его фокусы виден из конца малой оси под прямым углом.
5. Даны координаты трех вершин параллелограмма *ABCD* с вершинами точках *A*(2, 3, 2), *B*(0, 2, 4), *C*(4, 1, 0). Найти координаты четвертой вершины *D* и точки *E* пересечения диагоналей.
6. Через ось *Oz* провести плоскость, образующую с плоскостью $2x + y - \sqrt{5}\,z - 7 = 0$ угол $\pi / 3$.
7. Определить вид поверхности $(x+z)^2 + y^2 = 4$ и схематически изобразить ее.
8. Определить эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами равно расстоянию между концами большой и малой осей.

Контрольно-измерительный материал № 14

1. Классификация кривых второго порядка.
2. Какому условию должны удовлетворять координаты вершин треугольника *ABC*, чтобы он был прямоугольным с прямым углом при вершине *C*.
3. Найти касательные к окружности $x^2 + y^2 + 2ax + 2by = 0$, параллельные координатным осям.
4. Определить эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами равно расстоянию между концами большой и малой осей.
5. Даны один конец отрезка A(2, 3, -1) и его середина C 1, 1, 1). Найти второй конец отрезка B(x, y, z).
6. На прямой $\frac{x}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{-1}$ найти точку, ближайшую к точке (3, 2, 6).
7. Определить вид поверхности $xz = y - 1$ и схематически изобразить.
8. Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах **A** = 5**p** +2**q** и **B** = **p** – 3**q**, если известно, что $|\mathbf{p}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{q}| = 3$ и $(\mathbf{p}\wedge\mathbf{q}) = \pi/4$.

Контрольно-измерительный материал № 15

1. Инварианты кривых 2-го порядка.
2. Доказать, что точки (0, 0), (-1, 1), (0, 2), (1, 1) являются вершинами квадрата.
3. При каком условии прямая $ax + by + c = 0$ пересекает положительную полуось *x* (отрицательную полуось *x*)?
4. Определить эксцентриситет эллипса, если его большая ось втрое больше малой.
5. Даны четыре точки A(6, 7, 8), B(8, 2, 6), C(4, 3, 2) D(2, 8, 4). Доказать, что они являются вершинами ромба.
6. Написать уравнение плоскости, которая проходит через точку (3, 1, –2) и через прямую $\frac{x-4}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$.
7. Определить вид поверхности $y^2 + yz = 4$ и схематически изобразить ее.
8. Определить эксцентриситет эллипса, если его большая ось втрое больше малой.

Контрольно-измерительный материал № 16

1. Центры кривых второго порядка.
2. Даны координаты вершин A и B равностороннего треугольника ABC. Как найти координаты третьей вершины? Рассмотреть пример: A(0, 1), B(2, 0).
3. Составить уравнение касательных к окружности с центром в точке (3, 6) и радиуса $\frac{2}{5}\sqrt{85}$ проходящих через точку (1, –2).
4. Найти касательные к эллипсу $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$, параллельные прямой 6x – 2y – 5 = 0.
5. Доказать, что четырехугольник ABCD с вершинами в точках A(1, 3, 2), B(0, 2, 4), C(4, 1, 0) D(2, 2, 2) является параллелограммом.
6. Через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 1=0$ и $x + 5y - z + 2=0$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости $2x - y + 5z - 3 = 0$.
7. Определить вид поверхности $xz + yz = 2$ и схематически изобразить ее.
8. Дана прямая 3x – 4y – 10 = 0. Найти уравнение прямой, параллельной данной и отстоящей от нее на расстоянии 3 единиц.

Контрольно-измерительный материал № 17

1. Применения фокального свойства гиперболы (1).
2. При каком условии отрезок, соединяющий точки $A(a_1, b_1)$ и $B(a_2, b_2)$, пересекает отрицательную полуось оси OX?
3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку A(5, 2) на расстоянии 4 единиц от точки B(–3, 1).
4. Дан эллипс $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$. Через точку (1, 1) провести хорду, делящуюся в этой точке пополам.
5. На оси x найти точку C, равноудаленную от двух точек $A(1, 2, 3)$, $B(-2, 1, 3)$.
6. При каком условии плоскость, заданная уравнением $ax + by + cz + d = 0$, перпендикулярна плоскости xy?
7. Определить вид поверхности $xz + yz = 0$ и схематически изобразить ее.
8. Найти касательные к эллипсу $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$, параллельные прямой 6x – 2y – 5 = 0.

Контрольно-измерительный материал № 18

1. Векторы в пространстве, разложение по трем некомпланарным векторам.
2. Даны точки $A(-3,\ 2)$ и $B(4,1)$. Доказать, что отрезок AB пересекает ось y, но не пересекает ось x. Какую из полуосей y (положительную или отрицательную) пересекает отрезок AB?
3. Найти расстояние между параллельными прямыми 3x + 4y – 5 = 0 и 3x + 4y + 10 = 0.
4. Определить длины сопряженных диаметров эллипса $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$, которые образуют между собой угол в 60°.
5. Найти точки, равноотстоящие от точек (0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0) и отстоящие от плоскости yz на расстояние 2.
6. Определить вид поверхности $(x+z)^2 + yz = 0$ и схематически изобразить ее.
7. Найти расстояние между параллельными прямыми 3x + 4y – 15 = 0 и 3x + 4y + 20 = 0.
8. Вектор **m**, перпендикулярный к оси Oz и к вектору **a** = (8; –15; 3), образует острый угол с осью Ox. Зная, что | **m** | = 51, найти его координаты.

Контрольно-измерительный материал № 19

1. Векторное произведение.
2. Составить уравнение окружности с центром в точке (1, 2), касающейся оси x.
3. Дана прямая 3x – 4y – 10 = 0. Найти уравнение прямой, параллельной данной и отстоящей от нее на расстоянии 3 единиц.

4. Написать уравнения двух равных сопряженных диаметров эллипса $\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{9}=1$.

5. В плоскости xy найти точку D, равноудаленную от трех данных точек A(0, 1, -1), B(-1, 0, 1), C(0, -1, 0).

6. Провести плоскость через перпендикуляры, опущенные из точки A(– 3; 2; 5) на плоскости $4x + y – 3z + 13 = 0$ и $x – 2y + z – 11 = 0$.

7. Определить вид поверхности $(x+y)(y-z)=1$ и схематически изобразить ее.

8. Написать уравнение прямой, проходящей через точку A(5, 2) на расстоянии 4 единиц от точки B(–3, 1).

Контрольно-измерительный материал № 20

1. Смешанное произведение.
2. Составить уравнение окружности с центром в точке (-3, 4), проходящей через начало координат.
3. На прямой x + 3y = 0 найти точку, равноудаленную от начала координат и от прямой x + 3y – 2 = 0.
4. Дан эллипс $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{5}=1$. Найти уравнение гиперболы, вершины которой находятся в фокусах, а фокусы – в вершинах данного эллипса.
5. Найти расстояния от точки $A(1, 2, 3)$ до: а) координатных плоскостей; б) осей координат; в) начала координат.
6. Составить уравнение плоскости, если известны две точки (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2), симметрично расположенные относительно нее.
7. Определить вид поверхности $x+z+x^2=0$ и схематически изобразить ее.
8. Дан эллипс $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$. Через точку (1, 1) провести хорду, делящуюся в этой точке пополам.

Контрольно-измерительный материал № 21

1. Преобразование системы координат в пространстве.
2. Какому условию должны удовлетворять коэффициенты уравнения окружности $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$ для того, чтобы окружность а) не пересекалась с осью x; б) пересекалась с осью x в двух точках; в) касалась оси x?
3. Даны уравнения двух сторон параллелограмма x + y – 1 = 0, 3x – y + 4 = 0 и точка пересечения его диагоналей (3, 3). Найти уравнения двух других сторон.
4. Найти касательные к гиперболе $\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{8}=1$ в точках пересечения ее с прямой 3x – 5y = 0.
5. Дана точка $A(1, 2, 3)$. Найти основания перпендикуляров, опущенных на координатные оси и координатные плоскости.
6. Доказать, что прямая пересечения плоскостей, заданных уравнениями $a_1x+b_1y=d_1$ и $a_2x+b_2y=d_2$ параллельна оси z.
7. Определить вид поверхности $(x+y)^2-(z-1)^2=0$ и схематически изобразить ее.
8. Найти вершину, фокус и директрису параболы $8y=x^2+4x$.

Контрольно-измерительный материал № 22

1. Уравнение поверхности и кривой в пространстве.
2. Существует ли параллельный перенос, при котором точка (1, 2) переходит в точку (3, 4), а точка (0, 1) – в точку (-1, 0)?
3. На прямой 4x + 3y – 12 = 0 найти точку, равноудаленную от точек (–1, –2) и (1, 4).
4. Гипербола касается прямой x – y – 3 = 0 в точке (5, 2). Составить уравнение этой гиперболы.
5. Даны точки $A(1, 2, 3)$, $B(0, 1, 2)$, $C(0, 0, 3)$ и $D(1, 2, 0)$. Какие из этих точек лежат: а) в плоскости xy; б) на ои z; в) в плоскости yz?

6. Плоскость задана уравнением $ax + by + cz + d = 0$. Какому условию должны удовлетворять координаты точки $P(k,\ l,\ m)$, чтобы прямая проходящая через эту точку и начало координат, была перпендикулярна к плоскости.

7. Определить вид поверхности $x^2 - 2y^2 + z^2 = 0$ и схематически изобразить ее.

8. Найти вершину, фокус и директрису параболы $x = 2y^2 - 8y$.

Контрольно-измерительный материал № 23

1. Уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости.

2. Найти модуль вектора $\bar{a} + \bar{b}$, если $\bar{a} = (1, -4),\ \ \bar{b} = (-4,\ 8)$.

3. Стороны треугольника выражаются уравнениями x + 3y – 2 = 0, 2x + y + 5 = 0, 3x – 4 = 0. Найти уравнения высот этого треугольника

4. Найти уравнения двух сопряженных диаметров гиперболы $\dfrac{x^2}{6} - \dfrac{y^2}{4} = 1$, угол между которыми равен 45°.

5. Зная, что **c** = α**a** + β**b**, найти соотношение между векторами **a**, **b** и **c**, не содержащие коэффициентов α и β.

6. Дана точка $P(k,\ l,\ m)$. Найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат O и перпендикулярной к прямой OP.

7. Определить вид поверхности $x^2 + 2x - z^2 + 6z = 4$ и схематически изобразить ее.

8. Найти центры поверхности из задачи 7.

Контрольно-измерительный материал № 24

1. Уравнения прямой в пространстве.

2. . Три вектора имеют общее начало *O*, а концы – в вершинах треугольника *ABC*. Показать, что $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \bar{0}$ тогда и только тогда, когда *O* является точкой пересечения медиан треугольника.

3. Через точку пересечения прямых x + y – 6 = 0, 2x – y – 3 = 0 провести прямую под углом в 45° к прямой 3x – 5 = 0.

4. Дана парабола $y^2 = 6x$. Через точку (4, 1) провести такую хорду, которая делилась бы в этой точке пополам.

5. Найти проекцию вектора **a** = 10**m** + 2**n** на ось, имеющую направление вектора **b** = 5**m** – 12**n**, где **m** и **n** – взаимно перпендикулярные единичные векторы.

6. Доказать, что плоскости, заданные уравнениями $x + y + z = 1$, $2x + y + 3z = -1$, $x + 2z = -1$ не имеют ни одной общей точки.

7. Определить вид поверхности $y^2 + 2y + z^2 - 3x^2 - 9x = 0$ и схематически изобразить ее.

8. Найти центр поверхности из задачи 7.

Контрольно-измерительный материал № 25

1. Прямая и плоскость.

2. Найти абсолютную величину вектора $-2\bar{a} + 4\bar{b}$, если $\bar{a} = (3,\ 2),\ \ \bar{b} = (0, -1)$.

3. Даны две вершины треугольника A(2, 2), B(3, 0) и точка пересечения его медиан O(3, 1). Найти третью вершину C.

4. Найти уравнения диаметров параболы $y^2 = 8x$, сопряженных с хордами, наклоненными к ним под углом в 45°.

5. Какой угол образуют единичные векторы **s** и **t**, если известно, что векторы **p** = **s** + 2**t** и **q** = 5**s** – 4**t** взаимно перпендикулярны.

6. Прямая является пересечением плоскостей $2x + y + 3z = -1$ $x + y + z = 1$. Укажите какой-нибудь вектор, параллельный прямой.

7. Определить вид поверхности $x^2 + 6x - y^2 + 2y = 0$ и схематически изобразить ее.

8. Найти центры поверхности из задачи 7.

Контрольно-измерительный материал № 26

1. Эллипсоид, гиперболоиды.
2. При каком условии прямая $ax + by + c = 0$ не пересекает первого координатного угла?
3. Через точку пересечения прямых $2x - 5y - 1 = 0$ и $x + 4y - 7 = 0$ провести прямую, делящую отрезок между точками $A(4, -3)$ и $B(-1, 2)$ в отношении $\lambda = {}^2/_3$.
4. Найти такую точку на параболе $y^2 = 12x$, чтобы касательная в ней образовывала с осью симметрии параболы угол в $30°$.
5. Зная, что $|\mathbf{a}| = 2$, $|\mathbf{b}| = 5$ и угол $(\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}) = =2\pi/3$, определить, при каком значении коэффициента α векторы $\mathbf{p} = \alpha\mathbf{a} + 17\mathbf{b}$ и $\mathbf{q} = 3\mathbf{a} - \mathbf{b}$ окажутся перпендикулярными.
6. Найти условия, при которых плоскость $ax + by + cz + d = 0$ пересекает положительную полуось x (y, z).
7. Определить вид поверхности $2x^2 + 4x - z^2 = 0$ и схематически изобразить ее.
8. Найти центры поверхности из задачи 7.

Контрольно-измерительный материал № 27

1. Параболоиды, конус, цилиндры.
2. При каком условии прямая $ax + by + c = 0$ вместе с осями координат ограничивает равнобедренный треугольник?
3. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон: $2x - 5y - 1 = 0$, $2x - 5y - 34 = 0$ и уравнение одной из его диагоналей: $x + 3y - 6 = 0$.
4. Дана парабола $y^2 = 10x$. Найти к этой параболе касательные в точках, в которых она пересекается с прямой $y = 4x - 5$.
5. Вычислить синус угла между диагоналями параллелограмма, построенного на данных векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n} - \mathbf{p}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n} + \mathbf{p}$, где $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$ и $\mathbf{p}$ – взаимно перпендикулярные единичные векторы.
6. Показать, что плоскость $ax + by + d = 0$ параллельна оси z. Найти расстояние оси z от этой плоскости.
7. Определить вид поверхности $z^2 + 4z - y^2 + 2y = 0$ и схематически изобразить ее.
8. Найти центры поверхности из задачи 7.

Контрольно-измерительный материал № 28

1. Упрощение уравнения поверхности.
2. Доказать неравенство для векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$: $\left(\bar{a}\bar{b}\right)^2 \le \bar{a}^2\bar{b}^2$.
3. В прямоугольном равнобедренном треугольнике даны уравнение катета $y = 2x$ и середина гипотенузы $K(4, 2)$. Найти уравнения двух других его сторон.
4. Показать, что прямая, параллельная оси параболы, пересекает параболу в одной точке.
5. Вектор $\mathbf{x}$, перпендикулярный к векторам $\mathbf{a} = (4; -2; -3)$ и $\mathbf{b} = (0; 1; 3)$, образует с осью Oy тупой угол. Зная, что $|\mathbf{x}| = 26$, найти его координаты.
6. Составить уравнения плоскостей, параллельных плоскости $ax + by + cz + d = 0$ и отстоящих от нее на расстояние δ.
7. Определить вид поверхности $x^2 - 4(y-1)^2 + z^2 = 1$ и схематически изобразить ее.
8. Проверить, что прямые $\dfrac{x-3}{5} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{4}$ и $\dfrac{x-8}{3} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-6}{-2}$ пересекаются, и написать уравнение плоскости, проходящей через них.

Контрольно-измерительный материал № 29

1. Классификация поверхностей 2-го порядка.
2. Составить уравнения прямых, параллельных прямой $ax + by + c = 0$, находящихся от нее на расстоянии δ.
3. Даны центр квадрата $C(-1, 0)$ и уравнение стороны $x + 3y - 5 = 0$. Составить уравнения остальных трех сторон.

4. Показать, что прямая параллельная асимптоте гиперболы, пересекает гиперболу в одной точке.

5. Доказать, что векторы $\bar{a}(m, n)$ и $\bar{b}(-n, m)$ либо перпендикулярны, либо равны нулевому.

6. Найти углы, образуемые плоскостью $ax + by + cz + d = 0$ и осями координат.

7. Определить вид поверхности $x^2 + z^2 + 4y = 0$ и схематически изобразить ее.

8. Показать, что любая прямая пересекает коническое сечение не более чем в двух точках.

Контрольно-измерительный материал № 30

1. Прямолинейные образующие.

2. Проверить, что прямые $y = 3x - 1$, $x - 7y = 7$ и $x + y - 7 = 0$ служат сторонами равнобедренного треугольника

3. Даны центр квадрата C(–1, 0) и уравнение стороны x + 3y – 5 = 0. Составить уравнения диагоналей квадрата.

4. Касательные к эллипсу $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ имеют угловой коэффициент *k*. Определить точки касания.

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах **AB** = **m +** 2**n** и **AD = m -** 3**n,** где | **m** | = 5, | **n** | = 3 и (**m** ^ **n**) = π / 6.

6. Найти угол, образуемый плоскостью $z = px + qy + l$ с плоскостью..*xy*.

7. Определить вид поверхности $(x + y)^2 + 2z = 2$ и схематически изобразить ее.

8. Выразить расстояние между точками через полярные координаты этих точек.

Контрольно-измерительный материал № 31

1. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида (1).

2. Составить уравнения прямой, параллельной (перпендикулярной) прямой $ax + by + c = 0$, проходящей, через точку пересечения прямых $a_1x + b_1y + c_1 = 0, \quad a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

3. Найти расстояние между параллельными прямыми 3x + 4y – 15 = 0 и 3x + 4y + 20 = 0.

4. Найти вершину, фокус и директрису параболы $4y = x^2 - 2x$.

5. Вектор **m**, перпендикулярный к оси *Oz* и к вектору **a** = (8; –15; 3), образует острый угол с осью O*x*. Зная, что | **m** | = 51, найти его координаты.

6. При каком условии плоскость $ax + by + cz + d = 0$ пересекает оси *x* и *y* под равными углами? При каком условии она пересекает под равными углами все три оси *x*, *y* и *z*?

7. Определить вид поверхности $x + 4y^2 + z^2 = 1$ и схематически изобразить ее.

8. Найти внутренние углы треугольника, стороны которого выражены уравнениями x – y – 3 = 0, x – 3y – 4 = 0, 4x + 2y + 3 = 0.

Контрольно-измерительный материал № 32

1. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.

2. Доказать, что если $\bar{a}$ и $\bar{b}$ – единичные неколлинеарные векторы, то векторы $\bar{a} + \bar{b}$ и $\bar{a} - \bar{b}$ отличны от нулевого, и перпендикулярны.

3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку A(5, 2) на расстоянии 4 единиц от точки B(–3, 1).

4. Найти вершину, фокус и директрису параболы $x = 2y^2 + 4y$.

5. Зная две стороны треугольника **AB** = 3**p** – 4**q** и **BC** = **p** + 5**q**, вычислить длину его высоты CD при условии, что векторы **p** и **q** – перпендикулярные друг другу единичные векторы (орты).

6. При каком условии плоскость $ax + by + cz + d = 0$ пересекает оси *x* и *y* под равными углами? При каком условии она пересекает под равными углами все три оси *x*, *y* и *z*?

7. Определить вид поверхности $z^2 + x^2 - 5y = 0$ и схематически изобразить ее.

8. В треугольнике ABC известны: сторона AB: 4x + y – 12 = 0, высота BM: 5x – 4y – –15 = 0 и высота AH: 2x + 2y – 9 = 0. Написать уравнения двух других сторон и третьей высоты.

Контрольно-измерительный материал № 33

1. Круговые сечения.
2. Единичные векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ образуют угол 60°. Доказать, что вектор $2\bar{b}-\bar{a}$ перпендикулярен вектору $\bar{a}$.
3. Даны уравнения двух сторон параллелограмма x + y – 1 = 0, 3x – y + 4 = 0 и точка пересечения его диагоналей (3, 3). Найти уравнения двух других сторон.
4. Вычислить параметр параболы $y^2 = 2px$, если известно, что она касается прямой $x-2y+5=0$.
5. Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах
A = 5**p** +2**q** и **B** = **p –** 3**q**, если известно, что | **p** | = $\sqrt{2}$, | **q** | = 3 и (**p**^**q**) = π /4.
6. При каком условии прямая, заданная уравнениями в канонической форме, пересекает ось *x* (*y*, *z*)?
7. Определить вид поверхности $3y^2+(z-1)^2=9$ и схематически изобразить ее.
8. Доказать, что треугольник с вершинами A(1, 1), B(2, 3), C(5, -1) прямоугольный.

Контрольно-измерительный материал № 34

1. Диаметральные плоскости.
2. Векторы $\bar{a}+\bar{b}$ и $\bar{a}-\bar{b}$ перпендикулярны. Доказать, что $|\bar{a}|=|\bar{b}|$.
3. На прямой 4x + 3y – 12 = 0 найти точку, равноудаленную от точек (–1, –2) и (1, 4).
4. Что представляет собой геометрическое место точек, расстояния которых до двух данных плоскостей находятся в данном отношении. (Погорелов ГлаваV №23)
5. При каком значении коэффициента α векторы **p =** α**a**+5**b** и **q=** 3**a – b** окажутся коллинеарными, если **a** и **b** не коллинеарны?
6. При каком условии прямая, заданная уравнениями в канонической форме, параллельна плоскости *xy* (*yz*, *zx*)?
7. Определить вид поверхности $x+y-4z^2=0$ и схематически изобразить ее.
8. Даны точки A(2, 1), B(-1, 3), C(-2, 5). Найти их координаты в новой системе координат, если начало координат перенесено (без изменения направления осей) в точку A.

Контрольно-измерительный материал № 35

1. Плоскости симметрии.
2. Показать, что для произвольного вектора $\bar{a}$ и вектора $\bar{b}$ перпендикулярного вектору $\bar{c}$, выполняется равенство $(\bar{a}\wedge\bar{b})\wedge\bar{c}=\bar{b}(\bar{a}\bar{c})$. (Погорелов ГлаваV №29)
3. Стороны треугольника выражаются уравнениями x + 3y – 2 = 0, 2x + y + 5 = 0, 3x – 4 = 0. Найти уравнения высот этого треугольника.
4. Доказать, что произведение расстояний точки гиперболы от ее асимптот постоянно, т.е. не зависит от точки. (Погорелов ГлаваIV №19)
5. Векторы **a**, **b**, **c** и **d** связаны соотношениями **a**/**b** = **c**/**d**, **a**/**c** = **b**/**d**. Доказать коллинеарность векторов **a – d** и **b – c**.
6. Найти условия параллельности и перпендикулярности прямой $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0 \end{cases}$ и плоскости $ax+by+cz+d=0$.
7. Определить вид поверхности $(x+1)^2-4z^2=1$ и схематически изобразить ее.
8. Определить координаты концов A и B отрезка, который точками P(2, 2) и Q(1, 5) разделен на три равные части.

Контрольно-измерительный материал № 36

1. Главные направления.

2. В полярной системе координат даны точки $A\left(12,\ \frac{4}{9}\pi\right)$ и $B\left(12,\ -\frac{2}{9}\pi\right)$. Вычислить полярные координаты середины отрезка AB.
3. Через точку пересечения прямых $x + y - 6 = 0$, $2x - y - 3 = 0$ провести прямую под углом в 45° к прямой $3x - 5 = 0$.
4. Парабола симметрична относительно оси *Ox*, вершина ее помещается в точке (-5; 0) и на оси ординат она отсекает хорду, длина которой $l = 12$ ед. Написать уравнение этой параболы.
5. В ромбе ABCD даны диагонали $\overline{AC} = \overline{a}$ и $\overline{BD} = \overline{b}$. Разложить по этим двум векторам все векторы, совпадающие со сторонами ромба: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ и $\overline{DA}$.
6. Написать уравнения прямой, проходящей через точку (x_0, y_0, z_0) и параллельной плоскостям $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$.
7. Определить вид поверхности $y - x + z^2 = 1$ и схематически изобразить ее.
8. Даны вершины треугольника A(2, -5), B(1, -2). C(4, 7). Найти точку пересечения со стороной AC биссектрисы его внутреннего угла при вершине B.

Контрольно-измерительный материал № 37

1. Инварианты поверхностей.
2. Вычислить площадь правильного треугольника, две вершины которого суть A(-3, 2), B(1, 6).
3. Через точку пересечения прямых $2x - 5y - 1 = 0$ и $x + 4y - 7 = 0$ провести прямую, делящую отрезок между точками A(4, –3) и B(–1, 2) пополам.
4. Через точку *P*(5; -7) провести касательную к параболе $y^2 = 8x$.
5. Доказать, что сумма векторов, соединяющих центр правильного треугольника с его вершинами, равна нулю.
6. Доказать, что три плоскости $7x + 4y + 7z + 1 = 0$, $2x - y - z + 2 = 0$, $x + 2y + 3z - 1 = 0$ проходят через одну прямую.
7. Определить вид поверхности $(x+5)^2 - (z-1)^2 = 0$ и схематически изобразить ее.
8. Сторона ромба равна $5\sqrt{10}$, две его противоположные вершины суть точки A(4, 9), C (2, 1).

Контрольно-измерительный материал № 38

1. Проективные пространства, ангармоническое отношение.
2. Найти проекцию точки $M(x_0, y_0)$ на прямую $Ax + By + C = 0$. (Бахвалов)
3. Найти точку пересечения высот треугольника A(2, 4); B(2,-1); C(-4, 3).
4. Найти такую точку на параболе $y^2 = 12x$, чтобы касательная в ней образовывала с осью симметрии параболы угол в 30°.
5. Зная векторы, служащие сторонами треугольника $\overline{AB} = \overline{c}$, $\overline{BC} = \overline{a}$, $\overline{CA} = \overline{b}$, найти векторы, коллинеарные биссектрисам углов этого треугольника.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M(1, -4, 3) параллельно плоскости xz.
7. Определить вид поверхности $(x+z)^2 + y^2 = 1$ и схематически изобразить ее.
8. В полярной системе координат даны две смежные вершины квадрата $A\left(12, -\frac{\pi}{10}\right)$ и $B\left(3,\ \frac{\pi}{15}\right)$. Определить его площадь.

Контрольно-измерительный материал № 39

1. Применения фокального свойства гиперболы (2).
2. Определить, есть ли среди внутренних углов треугольника с вершинами A(1, 1), B(0, 2), C(2, -1) тупой угол.
3. Найти точку пересечения серединных перпендикуляров треугольника A(2, 4); B(3,-1); C(-5, 2).
4. Вычислить площадь четырехугольника, две вершины которого лежат в фокусах эллипса $9x^2 + 5y^2 = 45$, две другие совпадают с концами его малой оси.

5. Векторы $\bar{a}+\bar{b}$ и $\bar{a}-\bar{b}$ перпендикулярны. Доказать, что $|\bar{a}|=|\bar{b}|$.

6. Вычислить площадь треугольника, который отсекает плоскость $5x-6y+3z+120=0$ от координатного угла Oxy.

7. Определить вид поверхности $5(y-2)^2-z^2=5$ и схематически изобразить ее.

8. Через точку M(-5; 16; 12) проведены две плоскости: одна из которых содержит ось OX, другая – ось OY. Вычислить угол между этими двумя плоскостями.

Контрольно-измерительный материал № 40

1. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида (2).
2. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $2x + 4y - 3 = 0$ и $x - 5y + 2 = 0$ и точка пересечения его диагоналей O(2, 1). Требуется составить уравнения двух других сторон параллелограмма.
3. Показать, что площадь любого параллелограмма с вершинами в концах сопряженных диаметров эллипса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ имеет одно и то же значение, равное $2ab$. (Погорелов ГлаваIV №39)
4. Фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса $9x^2+25y^2=225$. Составить уравнение гиперболы, если ее эксцентриситет $\varepsilon = 2$.
5. Определить угол между векторами **a** и **b**, если вектор **a** + 3**b** перпендикулярен к вектору 7**a** – 5**b**, а вектор **a** – 4**b** перпендикулярен к вектору 7**a** – 2**b**.
6. На оси Oy найти точку, отстоящую от плоскости $x+2y-2z-2=0$ на расстоянии $d=4$.
7. Определить вид поверхности $\frac{x}{4}+\frac{y}{4}-z^2=0$ и схематически изобразить ее.
8. Найти углы, образуемые плоскостью $ax+by+cz+d=0$ и осями координат.